



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
10 martie 2018

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Uman

Clasa a IX-a

Problema 1.

Se dă funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (m+1)x^2 - 2(m+2) \cdot x + m+2, m \neq 1$.

Să se determine parametrul real m astfel încât:

- a) $x_1^2 + x_2^2 = x_1 \cdot x_2$, unde x_1, x_2 sunt rădăcinile ecuației $f(x) = 0$.
- b) Graficul funcției să nu intersecteze axa (Ox) .
- c) $f = f(x)$ să aibă valoarea minima negativă.

Problema 2.

Fie $ABCDEF$ un hexagon regulat având latura de lungime $l > 0$.

Determinați lungimea vectorului $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}$, în funcție de l .

Problema 3.

Pe laturile AB, BC, DA și DC ale patrulaterului convex $ABCD$, se consideră punctele M, N, P, Q astfel încât:

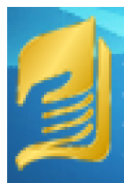
$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{NC}, \overrightarrow{DQ} = 2\overrightarrow{QC}, \overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PD}.$$

Să se demonstreze că dacă $3 \cdot (\overrightarrow{PN} + \overrightarrow{MQ}) = 2 \cdot (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{AC}$, atunci $ABCD$ este paralelogram.

Problema 4.

Două corpuri aflate la o distanță de 153 de metri se deplasează unul către celălalt. Primul corp parcurge 10m/s, iar al doilea parcurge în prima secundă 3m și în fiecare secundă următoare cu 5m mai mult decât în secunda precedentă. După câte secunde se întâlnesc cele două corpuri?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
10 martie 2018

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Uman

Clasa a X-a

Problema 1.

- a) Să se rezolve, în \mathbb{R} , ecuația: $\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} = 2$.
- b) Să se rezolve, în \mathbb{R} , inecuația: $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{6-5x}{5x+2}} \leq \frac{25}{4}$.

Problema 2.

- a) Calculați: $A = \frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_{a^2} x} + \dots + \frac{1}{\log_{a^n} x}$, unde $a, x \in (0, \infty) \setminus \{1\}, n \in \mathbb{N}^*$.
- b) Notăm $t = \log_2 3$. Dacă $u = \log_{12} 18$ și $v = \log_{24} 54$, să se demonstreze că $u \cdot v + 5(u - v) = 1$.

Problema 3.

Fie $a \in (0, \infty) \setminus \{1\}, b \in (0, \infty)$ și $c \in [0, \infty)$ astfel încât $\log_a (bx + c) = b \log_a x + c, (\forall) x \in (0, \infty)$.

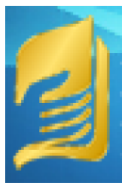
- a) Să se demonstreze că $\log_a (ab + c) = b + c$.
- b) Să se demonstreze că $\log_a \left(\frac{b}{a} + c\right) = c - b$.
- c) Să se determine numerele a, b, c care satisfac egalitatea din enunț, $(\forall) x \in (0, \infty)$.

Problema 4.

Unui angajat al unei firme de vânzări autoturisme i se acordă, pe lângă salariul de bază de 400 RON/lună și ur comision din vânzări după cum urmează: dacă reușește să vândă cel puțin 20 de mașini în acea lună, i se dă ur comision de 300 RON pentru fiecare mașină vândută, iar pentru ceea ce depășește 20 de mașini vândute i se dă ur comision de 400 RON pentru fiecare mașină vândută.

- a) Determinați funcția pe baza căreia i se calculează salariul vânzătorului.
- b) Cât primește el într-o lună pentru 10 mașini vândute?
- c) Câte mașini trebuie să vândă într-o lună pentru a câștiga 10000 RON în acea lună?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
10 martie 2018

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Uman

Clasa a XI-a

Problema 1.

În factura pe care o primește o familie de la S.C.Apavital Iași se află următoarele informații:

Servicii	Cantitatea	Preț/lei/ m^3	Cota TVA
Apă rece potabilă	$17m^3$	3,40	9%
Canalizare apă	$17m^3$	2,53	19%

- Ce sumă îi revine Societății Comerciale Apavital Iași pentru serviciile furnizate?
- Ce sumă pleacă la bugetul de stat?
- Ce procent reprezintă suma ce pleacă la bugetul de stat din suma totală plătită de familie?

Problema 2.

În tabelul de mai jos este prezentată distribuția elevilor dintr-o școală generală după înălțime.

Înălțimea (cm)	[150,154)	[154,158)	[158,162)	[162,166)	[166,170)	[170,174]
Număr de elevi	38	65	175	190	111	62

- Demonstrați că $|M_o - M_e| < 0,3 \text{ cm}$ (M_o = dominantă, M_e = mediană).
- Care dintre caracteristicile M_o , M_e este reprezentativă pentru populația statistică din această școală?
- Câți elevi au înălțimea cuprinsă în intervalul $[\bar{X} + |\bar{X} - M_e|, \bar{X} + |\bar{X} - M_o|]$ (\bar{X} = înălțimea medie)?

Problema 3.

- Fie G un graf cu n vârfuri ($n \geq 3$) și $\frac{n^2 - 3n + 4}{2}$ muchii. Să se demonstreze că G nu are vârfuri izolate.
- Un grup format din 15 elevi joacă 92 partide de șah. Știind că orice pereche de elevi joacă cel mult o partidă, să se demonstreze că fiecare elev joacă cel puțin o partidă de șah.

Problema 4.

Este cunoscut rezultatul: “ Pentru orice graf conex planar $G=(X,U)$ cu mai mult de trei vârfuri avem următoarea inegalitate $|U| \leq 3|X| - 6$ ”. Să se demonstreze că orice graf complet cu $|X| \geq 5$, nu este planar ($|X|$ este cardinalul mulțimii X).

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ
10 martie 2018



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Uman

Clasa a XII-a

Problema 1.

Fie matricele $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, a, b, c numere reale.

- Calculați B^2 și B^3 .
- Calculați B^{2018} .
- Demonstrați că $A = a \cdot I_3 + b \cdot B + c \cdot B^2$.

Problema 2.

Fie punctele $A(1, 3)$, $B(2, -1)$, $C(-2, 2)$, $D(a, 3a-2)$, unde a este un număr real.

- Calculați aria triunghiului ABC .
- Pentru ce valori ale numărului real a , punctele A, B, D sunt coliniare?

Problema 3.

Fie x un număr real și matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & x^2-1 \\ 1 & x-1 \end{pmatrix}$.

- Demonstrați că $(A(x))^2 = 2x \cdot A(x)$, pentru orice x număr real.
- Aflați numărul real x astfel încât $(A(x))^4 + (A(x))^2 = O_2$.
- Demonstrați că nu există matrice X de ordinul 2 cu elementele numere reale astfel încât $X^2 = A(0)$.

Problema 4.

Numim cod o matrice A de ordin 3 care are trei elemente egale cu 1, iar restul egale cu 0. Dacă, în plus, $\det A \neq 0$, codul se numește supercod.

- Dați exemplu de un cod și un exemplu de supercod.
- Dacă A este un supercod, arătați că pe fiecare linie și pe fiecare coloană există un singur 1.
- Care este numărul codurilor pe care le putem forma?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.